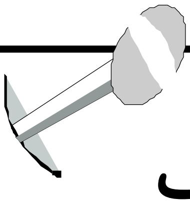
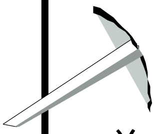


فهرست مطالب



فصل یک:

مجموعه‌ها

معرفی مجموعه

- **به گروه و یا دسته‌ای معین از اشیاء، اعداد و هر چیزی که کاملاً مشخص و متمایز باشد، مجموعه می‌گوییم. بطورکلی در ریاضیات تعریف درستی از مجموعه وجود ندارد.**
- **علامت مشخص‌کننده‌ی مجموعه‌ها، آکولاد $\{\ \}$ نام دارد و برای نام‌گذاری آنها از حروف بزرگ انگلیسی استفاده می‌شود.**

۱. کدام گزینه یک مجموعه را نشان می‌دهد؟

۱) {سه عدد زوج متوالی}
۲) {آدم‌های چاق}
۳) {دو شاعر ایرانی}
۴) {اعداد اول زوج}

پاسخ: گزینه (۴).

اعضای مجموعه

- **عضو (Element) یک مجموعه‌بودن را با علامت $\in$ و عضو نبودن را با علامت $\notin$ نشان می‌دهیم.**
- **عدد اصلی یک مجموعه‌ی دلخواه مانند A را با n(A) نشان می‌دهیم و معنای آن تعداد عضوهای مجموعه‌ی A، می‌باشد.**
- **تکرار و جابه‌جایی عضوهای یک مجموعه، بی‌تأثیر است. مانند:** $\{a,a,c,c,c,b\}=\{a,b,c\}$
- **ممکن است عضوهای یک مجموعه، خود نیز مجموعه باشند. مانند:** $\{۳\}\in\{۳,\{۳\}\}$

۲. عدد اصلی مجموعه‌ی A کدام است؟ $A=\{\{*,x\},\{*,*,x\},\{*,x,x\}\}$

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) صفر

پاسخ: گزینه (۱). $A=\{\{*,X\}\}$

- **مجموعه‌ای که هیچ عضوی نداشته‌باشد را «مجموعه‌ی تهی» می‌گوییم. مجموعه‌ی تهی را با علامت ϕ یا $\{\}$ نشان می‌دهیم.**

۳. کدام‌یک از مجموعه‌های زیر تهی است؟

۱) کسرهای بین صفر و یک که مخرج آنها ۷ باشد.
۲) عددهای بخش‌پذیر بر ۶ و غیر بخش‌پذیر بر ۳
۳) عددهای بخش‌پذیر بر ۲۱ که بر ۳ و ۷ بخش‌پذیر نیستند.
۴) موارد ۲ و ۳.

پاسخ: گزینه (۴). مجموعه‌ای که گزینه ۱ توصیف می‌کند $\{\frac{۱}{۷},\frac{۲}{۷},...,\frac{۵}{۷},\frac{۶}{۷}\}$ است ولی عددی وجود ندارد که بر ۶ بخش‌پذیر باشد و بر ۳ بخش‌پذیر نباشد و یا بر ۲۱ بخش‌پذیر باشد و بر ۷ و ۳ بخش‌پذیر نباشد.

زیرمجموعه

- **مجموعه‌ی A را زیرمجموعه‌ی B می‌گوییم. هرگاه هر عضو A، عضوی از B نیز باشد و به این صورت $A\subseteq B$ نشان می‌دهیم. زیرمجموعه نبودن را با علامت $\nsubseteq$ نشان می‌دهیم.**
- **تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه‌ی n عضوی از رابطه‌ی ۲^n به دست می‌آوریم.**
- **هر مجموعه‌ای زیرمجموعه‌ی خودش نیز می‌باشد و مجموعه‌ی تهی زیرمجموعه‌ی همه‌ی مجموعه‌ها، از جمله خودش نیز می‌باشد.** $\phi\subseteq A \;,\; \phi\subseteq\phi \;,\; A\subseteq A$

۴. مجموعه‌ی A دارای ۵ عضو می‌باشد. دو عضو غیرتکراری به عضوهای آن اضافه می‌کنیم. تعداد زیرمجموعه‌های آن کدام است؟

۱) ۲۵۶ ۲) ۱۲۸ ۳) ۶۴ ۴) ۳۲

پاسخ: گزینه (۲). $۲^{۵+۲}=۲^{۷}=۱۲۸$

- **زیرمجموعه‌های محض یک مجموعه: یعنی تعداد همه‌ی زیرمجموعه‌های یک مجموعه، غیر از خود مجموعه که از رابطه‌ی مقابل به‌دست می‌آید:** $۲^n-۱$
- **به‌طور کلی اگر k عضو جدید به عضوهای یک مجموعه‌ی n عضوی اضافه کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۲^k برابر می‌شود.**

۵. اگر به عضوهای یک مجموعه، دو عضو اضافه شود، تعداد زیرمجموعه‌های آن: ....

۱) چهار تا اضافه می‌شود. ۲) چهار برابر می‌شود. ۳) دو تا اضافه می‌شود. ۴) نمی‌توان تعیین کرد.

پاسخ: **گزینه (۴)**. چون نمی‌دانیم این دو عضو تکراری هستند یا نه، پس گزینه‌ی ۴ صحیح است.

- **تعداد زیرمجموعه‌های k عضوی از یک مجموعه‌ی n عضوی را می‌توان از مثلث خیام- پاسکال به‌صورت زیر به‌دست آورد:**
- **به‌طور مثال تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی از یک مجموعه‌ی ۴ عضوی؛ ۶تاست.**

- **نیمی از زیرمجموعه‌های یک مجموعه، تعداد عضوهایشان عددی زوج و نیمی دیگر تعداد عضوهایشان عددی فرد است.**

- **در مقایسه، هر چقدر تعداد عضوهای زیرمجموعه‌ها به خط تقارن مثلث (وسط آن) نزدیک‌تر باشد، تعداد زیرمجموعه‌ها بیشتر است. مثلاً تعداد زیرمجموعه‌های ۴۹ عضوی یک مجموعه‌ی ۱۰۰ عضوی بیشتر از تعداد زیرمجموعه‌های ۸۰ عضوی آن است. چون ۴۹ به وسط (۵۰) نزدیک‌تر از ۸۰ است.**

- **برای به دست آوردن سریع تعداد زیرمجموعه‌های a عضوی یک مجموعه nعضوی به روش زیر می‌توانیم عمل کنیم:**

تعداد زیرمجموعه‌های aعضوی یک مجموعه nعضوی $=\binom{n}{a}=\frac{n!}{a!(n-a)!}$

۶. تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه‌ی ۵ عضوی که بیش از ۲ عضو دارند، چند تاست؟

۱) ۸ ‏ ۲) ۱۰ ‏ ۳) ۱۵ ‏ ۴) ۱۶

پاسخ: **گزینه (۴).**

$$\binom{۵}{۳}+\binom{۵}{۴}+\binom{۵}{۵}=\frac{۵!}{۳!\times ۲!}+\frac{۵!}{۴!\times ۱!}+\frac{۵!}{۵!\times ۰!}=۱۰+۵+۱=۱۶$$

- **برای یافتن زیرمجموعه‌های «فاقد» عضوهای معین، ابتدا آنها را کنار گذاشته و سپس کلیه‌ی زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی باقی‌مانده را می‌نویسیم.**

- **برای یافتن زیرمجموعه‌های «شامل» عضوهای معین، ابتدا آنها را کنار گذاشته، کلیه‌ی زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی باقی‌مانده را می‌نویسیم. سپس عضوهای مشخص را در تک‌تک زیرمجموعه‌های نوشته‌شده، قرار می‌دهیم.**

۷. امین، مهرداد، رضا، حسین، فرهاد و بابک یک گروه شش نفری تشکیل داده‌اند. به چند طریق می‌توان یک زیرمجموعه از این گروه جدا کرد بطوریکه فرهاد و بابک عضو آن باشند ولی مهرداد عضو آن نباشد؟

۱) ۴ ‏ ۲) ۸ ‏ ۳) ۱۶ ‏ ۴) ۳۲

پاسخ: **گزینه (۲).**

مجموعه‌هایی که فرهاد و بابک عضو آن‌ها هستند = A

مجموعه‌هایی که مهرداد عضو آن‌ها نیست = B

تعداد زیرمجموعه‌هایی که شامل فرهاد و بابک هستند و فاقد مهرداد هم هستند $= ۲^{۶-n(A)-n(B)} = ۲^{۶-۲-۱} = ۸$

- **اگر بخواهیم تعداد زیرمجموعه‌های از مجموعه‌ی A را پیدا کنیم که فاقد (یا شامل) عضو خاصی از A باشند، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم.** $۲^{n(A)-n_{(\text{عضوهای خاص})}}$

مثال: اگر $A=\{a,b,c,d\}$ باشد، چند زیرمجموعه از A حتماً شامل عضو a و b هستند؟

پاسخ: $۲^{۴-۲}=۲^{۲}=۴$

- **تعداد مجموعه‌هایی مانند X که در رابطه‌ی $B \subseteq X \subseteq A$ صدق می‌کنند، از رابطه‌ی $۲^{n(A)-n(B)}$ به‌دست می‌آید.**

- **اگر A یک مجموعه‌ی n عضوی باشد، به‌طوری که مجموع عضوهای آن k باشد، مجموع همه‌ی زیرمجموعه‌های A برابر است با:** $۲^{n-۱}\times k$

مثال: A یک مجموعه‌ی ۶ عضوی است که مجموع عضوهای آن ۳۰ است. مجموع همه‌ی عضوهای زیرمجموعه‌های A چه‌قدر است؟

پاسخ: $۲^{۶-۱}\times ۳۰ = ۲^{۵}\times ۳۰ = ۳۲\times ۳۰ = ۹۶۰$

۸. اگر $A=\{۱,۲,۳,۴\}$ **و** $B=\{۲,۳,۴,۵\}$ **چند مجموعه مانند x در رابطه‌ی:** $(A\cap B)\subseteq x\subseteq (A\cup B)$ **صدق می‌کنند؟**

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینه (۳).

$$\left.\begin{array}{l} A\cap B=\{۲,۳,۴\} \\ A\cup B=\{۱,۲,۳,۴,۵\} \end{array}\right\} \{۲,۳,۴\}\subseteq x\subseteq \{۱,۲,۳,۴,۵\}$$

- **اصل شمول و عدم شمول:** $\{۲,۳,۴\},\{۱,۲,۳,۴\},\{۲,۳,۴,۵\},\{۱,۲,۳,۴,۵\}$

- **بین تعداد عضوهای مجموعه‌ی A و B و اشتراک و اجتماع آن‌ها، رابطه‌ی زیر برقرار است:**

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$

و همین‌طور اگر دو مجموعه‌ی A و B جدا از هم باشند $(A\cap B=\phi)$**، می‌توانیم بنویسیم:**

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)$$

مجموعه‌های مساوی و هم‌ارز

- **دو مجموعه که تک‌تک عضوهایشان با هم برابر باشند را «دو مجموعه‌ی مساوی» می‌گوییم.**

۹. دو مجموعه $\{-۱\}$ **و** $\{m-n\ ,\ n^{۳}\}$ **با هم برابرند. حاصل mn کدام است؟**

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) -۲

پاسخ: گزینه (۳).

$$\left.\begin{array}{l} n^{۳}=-۱ \\ m-n=-۱ \end{array}\right\} \Rightarrow n=-۱ \Rightarrow m-(-۱)=-۱ \Rightarrow m=-۱-۱=-۲ \Rightarrow mn=(-۲)(-۱)=۲$$

- **دو مجموعه‌ی A و B را هم‌ارز می‌گویند؛ هرگاه متناظر با هر عضو از مجموعه‌ی A عضوی در مجموعه‌ی B و متناظر با هر عضو از مجموعه‌ی B، عضوی در مجموعه‌ی A وجود داشته باشد.**

- **اگر $n(A) = n(B)$، آن‌گاه دو مجموعه‌ی A و B هم‌ارز هستند.**

اجتماع و اشتراک مجموعه‌ها

- **مجموعه‌ی تمام عضوهای A و B را «اجتماع» آن دو می‌گوییم و با علامت $A\bigcup B$ نشان می‌دهیم.**

- **مجموعه‌ی عضوهای مشترک A و B را «اشتراک» آن دو می‌گوییم و با علامت $A\bigcap B$ نشان می‌دهیم.**

- **به دو مجموعه که هیچ عضو مشترکی نداشته‌باشند، «دو مجموعه‌ی جدا از هم» می‌گوییم. $A\bigcap B=\phi$**

- **اگر A و B دو مجموعه‌ی دلخواه باشند، می‌توانیم از خواص اجتماع و اشتراک به موارد زیر اشاره کنیم:**

۱- اشتراک دو مجموعه زیر مجموعه‌ی هردو مجموعه است و هردو مجموعه زیرمجموعه اجتماع‌شان هستند.

$$\boxed{\begin{array}{l} A\bigcap B\subseteq A\subseteq A\bigcup B \\ A\bigcap B\subseteq B\subseteq A\bigcup B \end{array}}$$

۲- جابجایی

$$\boxed{\begin{array}{l} A\bigcup B=B\bigcup A \\ A\bigcap B=B\bigcap A \end{array}}$$

۳- شرکت‌پذیری

$$\boxed{\begin{array}{l} (A\bigcap B)\bigcap C=A\bigcap(B\bigcap C) \\ (A\bigcup B)\bigcup C=A\bigcup(B\bigcup C) \end{array}}$$

۴- توزیع‌پذیری (پخشی)

$$\boxed{\begin{array}{l} A\bigcap(B\bigcup C)=(A\bigcap B)\bigcup(A\bigcap C) \\ A\bigcup(B\bigcap C)=(A\bigcup B)\bigcap(A\bigcup C) \end{array}}$$

- **اجتماع هر مجموعه با تهی، خود آن مجموعه و اشتراک هر مجموعه با تهی، تهی می‌شود.**

$$\boxed{\begin{array}{l} A\bigcup\phi=A \\ A\bigcap\phi=\phi \end{array}}$$

۱۰. در یک کلاس ۲۵ نفری، ۱۶ نفر فوتبال و ۱۲ نفر والیبال بازی می‌کنند و ۳ نفر هم از ورزش معاف هستند. تعیین کنید چند نفر هم فوتبال و هم والیبال بازی می‌کنند؟

۱) ۳　　۲) ۶　　۳) ۷　　۴) ۹

پاسخ: **گزینه (۲).**

۲۵−۳=۲۲ بازی می‌کنند.

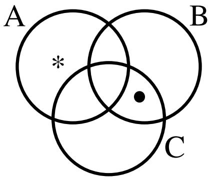
$$n(A\bigcup B)=n(A)+n(B)-n(A\bigcap B)$$

$$۲۲ = ۱۶ + ۱۲ - x \qquad \rightarrow ۲۲=۲۸-x \Rightarrow x=۶$$

و همین‌طور برای هر سه مجموعه‌ی A، B و C داریم:

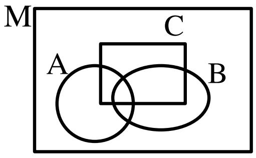
$$n(A\bigcup B\bigcup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\bigcap B)-n(A\bigcap C)-n(A\bigcap B\bigcap C)$$

نمودار وِن



- نشان دادن رابطه‌ی بین مجموعه‌ها، با اشکال هندسی را « نمودار ون» می‌گوییم.

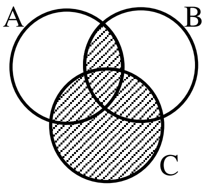
- مجموعه‌ی مرجع (Universal set) به مجموعه‌ای گفته می‌شود که شامل تمام مجموعه‌های مورد بحث ما باشد. این مجموعه را با M یا U نشان می‌دهند.

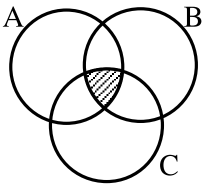


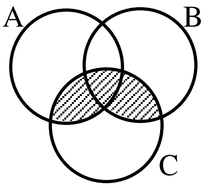
- اجتماع هر مجموعه‌ای با مجموعه‌ی مرجع، مجموعه‌ی مرجع و اشتراک هر مجموعه‌ای با مجموعه‌ی مرجع، خود آن مجموعه می‌شود.

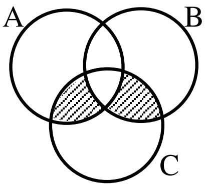
$$\boxed{\begin{array}{l} A\cup M=M \\ A\cap M=A \end{array}}$$

۱۱. در کدام نمودار رابطه‌ی $(A\cup B)\cap C$ درست هاشور خورده‌است؟

۱)


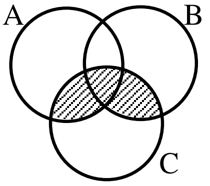
۲)


۳)


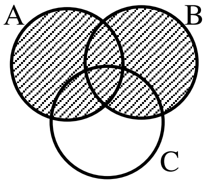
۴)


پاسخ: گزینه (۳).

$\rightarrow (A\cup B)\cap C \rightarrow$



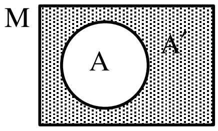
قسمتِ مشترکِ بخش هاشورخورده با C



$A\cup B$

متمم مجموعه‌ها

- مجموعه‌ی دلخواه A و مجموعه‌ی مرجع M را در نظر می‌گیریم. مجموعه‌ی تمام عضوهای متعلق به M که در A نباشند را متمم A می‌گوییم و با A' نمایش می‌دهیم.



- اگر از یک مجموعه‌ی دلخواه به تعداد زوج متمم بگیریم، حاصل خود آن مجموعه می‌شود. ولی اگر به تعداد فرد متمم بگیریم، حاصل متمم آن مجموعه خواهدشد.

- خواص متمم مجموعه‌ها عبارتند از:

- متمم مجموعه‌ی مرجع، مجموعه‌ی تهی است. $M'=\phi$
- متمم مجموعه‌ی تهی، مجموعه‌ی مرجع است. $\phi'=M$
- اشتراک هر مجموعه‌ای با متمم‌اش، تهی است. $A\cap A'=\phi$
- اجتماع هر مجموعه‌ای با متمم‌اش، مجموعه‌ی مرجع است. $A\cup A'=M$

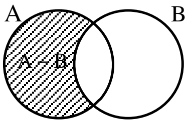
۱۲. اگر $A_*B=(A'\cap B)\cup B$ باشد، حاصل $\phi_* A$ کدام است؟

۱) ϕ ۲) M ۳) A ۴) B

پاسخ: **گزینه (۳).** $\phi_* A=(\phi'\cap A)\cup A=(M\cap A)\cup A=A\cup A=A$

تفریق مجموعه‌ها

- **حاصل تفریق دو مجموعه $(A-B)$، مجموعه‌ای است شامل عضوهایی که در A باشند، ولی در B نباشند.**



- **همین‌طور حاصل تفریق دو مجموعه، برابر با اشتراک مجموعه‌ی اول با متمم مجموعه‌ی دوم هم می‌باشد.**

$$A-B=A\cap B'$$

- **عمل تفریق در مجموعه‌ها خاصیت جابه‌جایی ندارد.** $A-B\neq B-A$

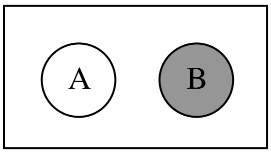
۱۳. اگر $A=\{۲,۳,۴,۵\}$ و $B=\{\{۲\},۳,\{۴\},۵\}$، حاصل $A-B$ کدام مجموعه زیر است؟

۱) ϕ ۲) $\{۲,۴\}$ ۳) $\{\{۲\},\{۴\}\}$ ۴) $\{\{۲,۴\}\}$

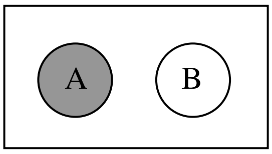
پاسخ: **گزینه (۲).** حاصل $A-B$ یعنی عضوهایی که در A باشند و در B نباشند، بنابراین $A=\{۲,۴\}$ خواهد بود.

- **اگر A و B دو مجموعه‌ی جدا از هم باشند، آن‌گاه $B-A=B$ و $A-B=A$ است.**

$B-A=B$



$A-B=A$



۱۴. اگر A و B دو مجموعه‌ی جدا از هم باشند، حاصل $A\cap B'$ کدام است؟

۱) M ۲) ϕ ۳) B' ۴) A

پاسخ: **گزینه (۴).** چون A و B دو مجموعه جدا از همند پس: $A\cap B'=A-B=A$

- **ویژگی‌های تفریق مجموعه‌ها عبارتند از:**

هر مجموعه‌ای منهای خودش، مجموعه‌ی تهی می‌شود. $A-A=\phi$

هر مجموعه‌ای منهای مجموعه‌ی تهی، همان مجموعه می‌شود. $A-\phi=A$

مجموعه‌ی مرجع منهای هر مجموعه‌ای، متمم آن مجموعه می‌شود. $M-A=A'$

مجموعه‌ی مرجع منهای متمم هر مجموعه‌ای، خود آن مجموعه می‌شود. $M-A'=A$

هر مجموعه‌ای منهای مجموعه‌ی مرجع، مجموعه‌ی تهی می‌شود. $\begin{cases}A-M=\phi\\A'-M=\phi\end{cases}$

هر مجموعه‌ای منهای متممش، خود آن مجموعه می‌شود. $\begin{cases}A-A'=A\\A'-A=A'\end{cases}$

۱۵. کدام‌یک از تساوی‌های زیر نادرست است؟

۱) $A-\phi=A$ ۲) $M-A=A$ ۳) $A-A=\phi$ ۴) $\phi-A=\phi$

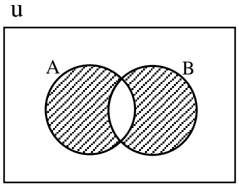
پاسخ: **گزینه (۲).**

- **تفریق متقارن دو مجموعه، مجموعه‌ای شامل همه‌ی عضوهای دو مجموعه به جز عضوهای مشترک آن دو می‌باشد.**

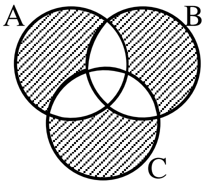
$$A\Delta B=(A\cup B)-(A\cap B)=(A-B)\cup(B-A)$$

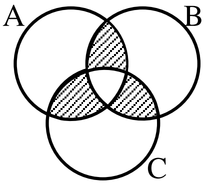
و

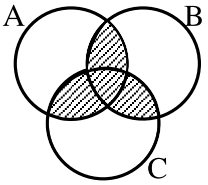
$$n(A\Delta B)=n(A)+n(B)-۲n(A\cap B)$$

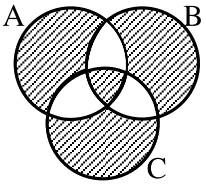


۱۶. با توجه به مفهوم تفریق متقارن، حاصل $(A\Delta B)\Delta C$ برابر است با:

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

پاسخ: **گزینه (۴).**

نمایش مجموعه‌ها

- **مجموعه‌ها را به سه شکل می‌توانیم نشان دهیم:**
  الف) نمایش تفصیلی: نمایش مجموعه‌ها به کمک اعضا
  ب) نمایش هندسی: نمایش مجموعه به کمک نمودار ون
  ج) نمایش توصیفی: نمایش مجموعه به کمک علائم ریاضی
- **مجموعه‌ای را می‌توانیم با علایم ریاضی نشان دهیم که رابطه‌ی ریاضی معین و مشترکی بین همه‌ی عضوهایش برقرار باشد.**
- **در هنگام نوشتن یک مجموعه با علایم ریاضی، باید به فضاهای مشخص‌شده در زیر توجه کنیم:**

$$\text{نام مجموعه}\quad A=\left\{\text{شکل عمومی عضوها}\;\middle|\;\text{مرجع انتخاب متغیر}\;,\;\text{حدود متغیر}\right\}$$

به طوریکه

۱۷. کدام گزینه مجموعه‌ی $A=\{۰,۱,۳,۷\}$ را با علائم ریاضی نمایش می‌دهد؟

۱) $A=\{۲^x-۱|x\in N, x<۳\}$
۲) $A=\{۲^x-۱|x\in W, ۰\le x\le ۳\}$
۳) $A=\{۲^x-۱|x\in Z\}$
۴) $A=\{۲^x-۱|x\in R\}$

پاسخ: گزینه (۲). $A=\{۰,۱,۳,۷\}$

- **اگر فاصله‌ی بین عضوهای متوالی، عدد ثابت a باشد، قطعاً رابطه‌ی بین اعداد به‌صورت $an+b$ که در آن a و b هر عددی می‌توانند باشند.**

$$۳ \underset{+۷}{\curvearrowright} ۱۰ \underset{+۷}{\curvearrowright} ۱۷ \underset{+۷}{\curvearrowright} ۲۴ \;,\; ..... \qquad A=\{۷n-۴|n\in N\}$$

- **اگر فاصله‌ی بین عضوها به صورت صعودی یا نزولی تغییر کند، بین عضوها «*رابطه‌ی توانی*» وجود دارد.**

$$۲ \underset{+۲}{\curvearrowright} ۴ \underset{+۴}{\curvearrowright} ۸ \underset{+۸}{\curvearrowright} ۱۶ \underset{+۱۶}{\curvearrowright} ۳۲ \;,\; .... \qquad C=\{۲^k|k\in N\}$$

- **اعداد زوج را با شکل کلی 2k و اعداد فرد را به صورت $۲k+۱$ یا $۲k-۱$ می‌توانیم نشان دهیم.**

۱۸. اگر $A=\{2x+1|x\in \mathbb{Z}, -2<x\le 2\}$ و $B=\{x^۲|x\in A\}$ مشخص کنید B چند عضو دارد؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۷

پاسخ: گزینه (۲). $A=\{-۱,۱,۳,۵\}$ $\qquad B=\{۱,۹,۲۵\}$

- **مقسوم‌علیه‌های عددی مانند n را به صورت $\frac{n}{k}$ نشان می‌دهیم به طوری‌که حاصل کسر $\frac{n}{k}$ عضوی از مجموعه‌ی اعداد طبیعی N، باشد.**

۱۹. مجموعه $A=\{x \mid x\in N, \frac{72}{x}\in N\}$ چند عضو دارد؟

۱) ۸
۲) ۱۰
۳) ۱۲
۴) ۱۶

پاسخ: **گزینه (۳).**

$A=\{۱,۲,۳,۴,۶,۸,۹,۱۲,۱۸,۲۴,۳۶,۷۲\}$

یا

$۷۲=۲^{۳}\times۳^{۲} \Rightarrow$ تعداد مقسوم‌علیه‌های ۷۲ $=(۳+۱)(۲+۱)=۴\times۳=۱۲$

مجموعه‌ها و احتمال

- **آزمایش تصادفی:** آزمایشی که قبل از رخ دادن، نتیجه‌ی آن معلوم نباشد، ولی نتایج ممکن آن مشخص باشند، یک آزمایش تصادفی یا پدیده تصادفی می‌نامیم. پرتاب سکه، پرتاب تاس و تیراندازی به یک هدف دایره‌ای آزمایش‌هایی هستند که نتایج آن‌ها از قبل معلوم نیست ولی قابل حدس زدن است.
- **فضای نمونه‌ای:** مجموعه‌ی همه حالات ممکن یک پدیده تصادفی را فضای نمونه‌ای می‌نامیم و معمولاً آن را با S نمایش می‌دهیم.
- **پیشامد تصادفی:** به هر زیرمجموعه از فضای نمونه‌ای، یک پیشامد می‌گوییم.

۲۰. کدام مجموعه پیشامد «اول بودن عدد رو شده‌ی یک تاس» را نمایش می‌دهد؟

۱) $\{۲,۳\}$
۲) $\{۲,۳,۵\}$
۳) $\{۱,۲,۳\}$
۴) $\{۱,۲,۳,۵\}$

پاسخ: **گزینه (۲)**؛ اعداد اول روی یک تاس ۲,۳,۵ است.

- **برای محاسبه‌ی تعداد اعضای فضای نمونه‌ای چند آزمایش یا پدیده تصادفی با هم، مطابق اصل ضرب تعداد حالت‌های مختلف آزمایش‌ها را در هم ضرب می‌کنیم.**

۲۱. کدام گزینه در مورد پرتاب دو سکه و یک تاس صحیح است؟

۱) $n(S)=۱۰$
۲) $n(S)=۱۲$
۳) $n(S)=۲۴$
۴) $n(S)=۳۶$

پاسخ: **گزینه (۳)**؛ هر سکه ۲ حالت و هر تاس ۶ حالت دارند.

$n(S)=۲\times۲\times۶=۲۴$

- **با تعریف احتمال در سال‌های گذشته آشنا شدیم. احتمال رخ دادن پیشامد A را با $P(A)$ نمایش می‌دهند و به شکل زیر محاسبه می‌کنند.**

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)} \qquad (۰\le P(A)\le ۱)$$

۲۲. آموزشگاه اندیشمند نوعی آزمون برگزار می‌کند که سؤالاتش فقط دو گزینه‌ی درست و نادرست دارد. اگر تعداد سؤالات آزمون ۱۰ تا باشد و دانش‌آموزی تنبل به تمام سؤالات پاسخ تصادفی دهد، با کدام احتمال فقط در ۴ سؤال گزینه درست علامت می‌زند؟

۱) $۲^{-۸}$ ۲) $\frac{۱۰۵}{۵۱۲}$ ۳) $\frac{۴}{۲۰}$ ۴) ۰/۴

پاسخ: **گزینه (۲)؛**

$$\left.\begin{array}{l} n(A)=\begin{bmatrix}۱۰\\۴\end{bmatrix}=\frac{۱۰!}{۴!\times ۶!}=۲۱۰ \\ n(S)=۲^{۱۰}=۱۰۲۴\end{array}\right\}\rightarrow P(A)=\frac{۲۱۰}{۱۰۲۴}=\frac{۱۰۵}{۵۱۲}$$

- **اگر در فضای نمونه‌ای یک پدیده تصادفی، n عضو داشته باشیم، تعداد پیشامدها همان تعداد زیرمجموعه‌ها یعنی ۲^n است. در این پیشامدها خودِ فضای نمونه‌ای (یعنی S) یک پیشامد حتمی است و احتمال وقوع آن یک است و ϕ یک پیشامد نشدنی (غیرممکن) از فضای نمونه‌ای است و احتمال وقوع آن صفر است.**

۲۳. کدام بیان پدیده‌ی غیرممکن نادرست است؟

۱) پدیده‌ی غیرممکن همان متمم پدیده‌ی قطعی است.

۲) پدیده غیرممکن، پدیده‌ای خارج فضای نمونه‌ای است.

۳) احتمال وقوع پدیده‌ی غیرممکن برابر با صفر است.

۴) احتمال وقوع پدیده‌ی غیرممکن غیرصفر است.

پاسخ: **گزینه (۴).**

۲۴. اگر S فضای نمونه‌ای پرتاب یک سکه و یک تاس باشد و A پیشامد رو آمدن سکه یا ۲ آمدن تاس باشد، در اینصورت $n(A)$ چند است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۷ ۴) ۹

پاسخ: **گزینه (۳)؛**

S = {(ر،۱) , (ر،۲) , (ر،۳) , (ر،۴) , (ر،۵) , (ر،۶) , (پ،۱) , (پ،۲) , (پ،۳) , (پ،۴) , (پ،۵) , (پ،۶)}

A = {(ر،۱) , (ر،۲) , (ر،۳) , (ر،۴) , (ر،۵) , (ر،۶) , (پ،۲)} $\Rightarrow n(A)=۷$

سؤالات چهارگزینه اي

۱ ۲ ۳ ۴

۱- کدام گزینه نشان‌دهنده‌ی یک مجموعه است؟

۱) سه عدد فرد متوالی بین ۱۹ و ۳۷

۲) اعداد فرد بزرگ‌تر از ۹۱

۳) سه فوتبالیست معروف

۴) انسان‌های قد بلند

۲- کدام‌یک از عبارت‌های زیر بیانگر یک مجموعه نمی‌باشد؟

الف) اعداد طبیعی کوچکتر از یک

ب) شعرای ایرانی قرن هفتم

ج) درختان کاج تنومند قرن هفتم

د) مجموعه اعداد

۱) (الف) و (ب)
۲) (ب) و (ج)
۳) (ج) و (د)
۴) (د) و (الف)

۳- مجموعه‌ی $\{\{۳\},۳,۳,۴,۲\}$ چند عضوی است؟

۱) یک
۲) دو
۳) سه
۴) چهار

۴- تعداد اعضای کدام مجموعه قابل شمارش است؟

۱) مجموعه‌ی اعداد اول فرد

۲) مجموعه‌ی مربعات اعداد فرد اول، که زوج باشند.

۳) مجموعه‌ی مربعات اعداد اول زوج

۴) موارد ۲ و ۳

۵- تعداد اعضای کدام مجموعه غیرقابل شمارش است؟

۱) مجموعه‌ی تارهای موی سرتان

۲) مجموعه‌ی شن‌های موجود روی کره‌ی زمین

۳) مجموعه‌ی مولکول‌های آب موجود در یک لیوان

۴) مجموعه‌ی اعداد گویا بین دو عدد طبیعی متوالی

۶- تعداد اعضای کدام‌یک از مجموعه‌های زیر غیرقابل شمارش است؟

۱) $\{\phi,\phi,\phi,\phi,\ldots\}$

۲) {الف , ب , پ , ت , ... }

۳) $\{\{۱\},\{۱,۲\},\{۱,۲,۳\},\{۱,۲,۳,۴\},\ldots\}$

۴) $\{\{۳\},\{۳,۳\},\{۳,۳,۳\},\{۳,۳,۳,۳\},\ldots\}$

۷- تعداد اعضای کدام مجموعه قابل شمارش است؟

۱) مجموعه‌ی عددهای گویا بین ۱ و ۲

۲) مجموعه‌ی عددهای اول

۳) مجموعه‌ی عددهای صحیحی که در معادله‌ی $x^{۲} + ۲ = ۰$ صدق می‌کنند.

۴) مجموعه‌ی مضرب‌های مشترک اعداد ۱۵ و ۱۲ که بزرگتر از ۱۰۰۰ باشد.

۸- مجموعه‌ی $\{۰,\{۰\},\{۰,۰\}\}$: ....

۱) سه عضو دارد.
۲) دو عضو دارد.
۳) یک عضو دارد.
۴) تهی است.

۹- مجموعه $\{(2^{1380}+2),(2^{1380}+4),(2^{1380}+6),\ldots\ldots,2^{1381}\}$ چند عضو دارد؟

۱) $۲^{۱۳۷۸}$
۲) $۲^{۱۳۷۹}$
۳) $۲^{۱۳۸۰}$
۴) $۲^{۱۳۸۱}$

۱۰- با توجه به مجموعه‌ی $A=\{۰,۱,\{۲\},\{۱,۲\}\}$، کدام گزینه درست است؟

۱) $\phi\in A$ ۲) $\{۰,۱\}\in A$ ۳) $\{۱\}\notin A$ ۴) $\{۲\}\notin A$

۱۱- گزینه‌ی صحیح کدام است

۱) $\{\phi\}$ یک عضو دارد. ۲) $\{\phi\}$ دو زیرمجموعه دارد.

۳) $\{\phi\}$ یک زیرمجموعه‌ی محض دارد. ۴) همه‌ی موارد صحیح است.

۱۲- مجموعه‌های زیر از اعداد صحیح متوالی را درنظر بگیرید:

$A_۱=\{۱\}\ ,\ A_۲=\{۲,۳\}\ ,\ A_۳=\{۴,۵,۶\}\ ,\ A_۴=\{۷,۸,۹,۱۰\}\ ,\ ...$

که هر مجموعه شامل یک عضو بیش‌تر از مجموعه قبلی است و اولین عضو هر مجموعه یک واحد بیش‌تر از آخرین عضو مجموعه‌ی قبلی است، فرض کنید S_n مجموع اعضای مجموعه n ام باشد، آن‌گاه $S_{۲۱}$ برابر است با:

۱) ۱۱۱۳ ۲) ۴۶۴۱ ۳) ۵۰۸۲ ۴) ۳۳۳۴

۱۳- کدام گزینه صحیح است؟

۱) $\{۰,\{۰\},\{۰,۰\}\}=\{\{۰\}\}$ ۲) $\{\{b\},\{a,c\}\}=\{\{b,c\},\{a\}\}$

۳) مجموعه‌ی $\{\{۲,۴,۶,...,۱۰۲\}\}$ دارای ۵۱ عضو است. ۴) $\{\{\phi\},\{\phi\},\{\phi\},...\}=\{\{\phi\}\}$

۱۴- کدام گزینه صحیح نیست؟

۱) تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه‌ی ۵ عضوی، ۱۶ عدد بیشتر از تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه‌ی ۴ عضوی است.

۲) اگر مجموعه‌ی $A=\{۳,\{۴\},\{۵,۸\}\}$، باشد، آن‌گاه $۵\notin A$.

۳) اگر هر عضو A، عضو مجموعه‌ی B و هر عضو مجموعه‌ی B نیز عضوی از مجموعه‌ی C باشد، آن‌گاه $A=B=C$ است.

۴) اگر $A=\{۱,\{۲\}\}$ و $B=\{۲,\{۱\}\}$ باشند، آن‌گاه A و B دو مجموعه‌ی هم‌ارزند.

۱۵- اگر $B=\{۱,۲,\{۱,۲,۳,...\}\}$ تعداد زیرمجموعه‌های B برابر است با:

۱) ۴ ۲) ۶

۳) ۸ ۴) نمی‌توان تعیین کرد.

۱۶- اگر $A=\{W\}$ بوده و W مجموعه‌ی اعداد حسابی باشد، آن‌گاه:

۱) تعداد عضوهای مجموعه‌ی A پایان ندارند. ۲) مجموعه‌ی A، دو زیرمجموعه دارد.

۳) مجموعه‌ی اعداد طبیعی زیرمجموعه‌ی A است. ۴) مجموعه‌ی تهی، یکی از عضوهای مجموعه‌ی A است.

۱۷- با توجه به $A=\{\phi\}$ ، $B=\{۰,\phi\}$، کدام گزینه نادرست است؟

۱) $A\subseteq B$ ۲) $B\subseteq A$ ۳) $\{۰\}\subseteq B$ ۴) $\{\phi\}\subseteq B$