

فهرست مطالب

صفحه

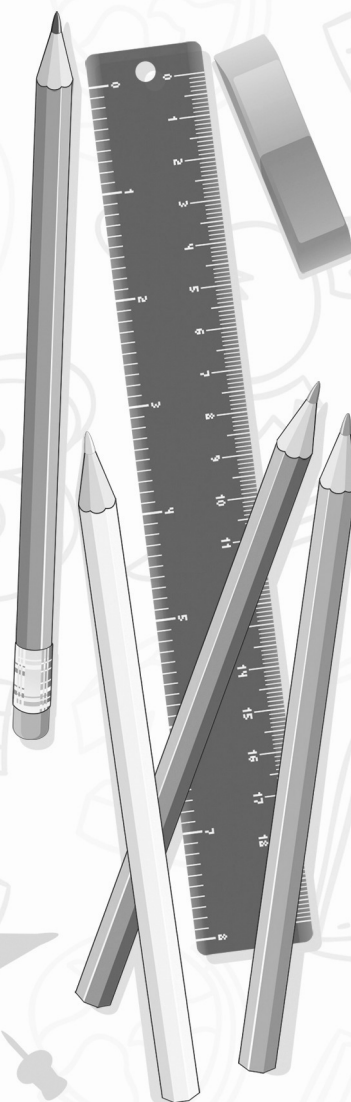
عنوان مطلب

۵-۴۸	فصل اول: عددنویسی و الگو
۴۹-۷۴	فصل دوم: کسر
۷۵-۹۴	فصل سوم: نسبت، تناسب، درصد
۹۵-۱۲۷	فصل چهارم: تقارن و چندضلعی‌ها
۱۲۸-۱۳۷	فصل پنجم: عددهای اعشاری
۱۳۸-۱۷۷	فصل ششم: اندازه‌گیری
۱۷۸-۱۹۷	فصل هفتم: آمار و احتمال
۱۹۸-۲۶۴	پایان نامه تشریحی

فصل اول

عددنویسی و الگوها

- عددنویسی و عددشناسی
- محاسبات عددی و چهار عمل اصلی
- عددهای مرکب
- الگوها



جدول ارزش مکانی



میلیاردها			میلیونها			هزارها			یکی‌ها			طبقه
ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی	مرتبه
۲	۰	۱	۵	۰	۰	۷	۰	۴	۵	۲	۳	عدد

- در یک عدد، ارزش هر رقم بستگی به مکانی دارد که در آن قرار گرفته است، که به آن ارزش مکانی رقم می‌گوییم.
- ارزش مکانی هر رقم ۱۰ برابر اولین رقم سمت راست خودش است.
- ارزش مکانی هر طبقه ۱۰۰۰ برابر طبقه‌ی بعد خودش است.

پس کلاً طبقه‌های جدول ارزش مکانی شامل:

طبقه اول	یکی‌ها
طبقه دوم	هزارها
طبقه سوم	میلیونها
طبقه چهارم	میلیاردها
طبقه پنجم	تریلیاردها
طبقه ششم

است که هر طبقه از یکان، دهگان و صدگان تشکیل می‌شود.

طبقه‌های دیگر عددی تا بی‌نهایت می‌توانند ادامه داشته باشند اما آنچه مهم است استفاده و کاربرد آنها در محاسبات به کار رفته است. در ریاضی علامت بی‌نهایت «∞» است.

اعداد بزرگ را به صورت اعداد توان‌دار نشان می‌دهند که در دوره‌ی اول متوسطه با آنها آشنا می‌شوید. با توجه به جدول ارزش مکانی بالا در زیر مثال‌هایی از عددنویسی و عددخوانی ارائه می‌شود:

۱. عدد نوشته شده در جدول بالا را به حروف بنویسید.



دویست و یک میلیارد و پانصد میلیون و هفتصد و چهار هزار و پانصد و بیست و سه.



۲. بزرگ‌ترین رقم در چه طبقه و چه مرتبه‌ای قرار دارد؟



۷ است و در طبقه‌ی هزارها و مرتبه‌ی صدگان قرار دارد.



۳. کوچک‌ترین رقم در چه طبقه و چه مرتبه‌ای قرار دارد؟



صفر است و در چندین طبقه و مرتبه قرار دارد. مثلاً دهگان میلیارد، دهگان میلیون، یکان میلیون، ...



۴. بدون تغییر و جابه‌جایی رقم‌ها، بزرگ‌ترین عدد چهاررقمی که در این عدد مشاهده می‌کنید، را به عدد و حروف بنویسید.



۷۰۴۵ : هفت هزار و چهل و پنج



عدد نویسی و الگو

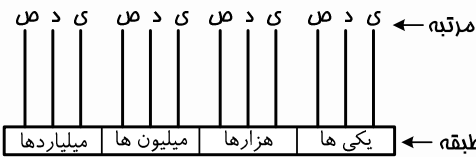


۵. هفت بسته صد هزار تایی، ۲۳ بسته صد تایی، یازده بسته هزار تایی و هفت یکی، را به عدد درون جدول ارزش مکانی اضافه می کنیم. حالا عدد جدید را بخوانید و بنویسید.

$$\begin{array}{r} 700.000 \\ + 2.300 \\ + 11.000 \\ + 7 \\ \hline 713.307 \end{array} \quad \begin{array}{r} 201.500.704.523 \\ + 713.307 \\ \hline 201.501.417.830 \end{array}$$



دویست و یک میلیارد و پانصد و یک میلیون و چهارصد و هفده هزار و هشتصد و سی.

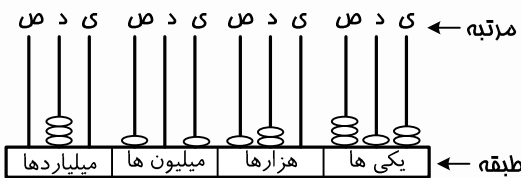


یکی از وسیله هایی که با آن می توان عددها را خواند و ارزش مرتبه و طبقه ی رقمها را به دست آورد، چرتکه است. به شکل مقابل نگاه کنید.

در هر میله حداکثر، ۹ مهره قرار می گیرد.



۶. عددی را که چرتکه ی زیر نشان می دهد، بخوانید و به عدد و حروف بنویسید.

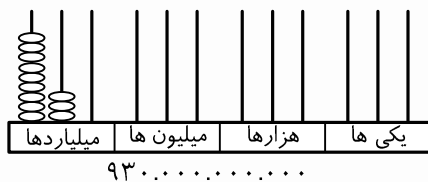


به عدد: ۳۰,۱۰۱,۱۲۰,۳۱۲

به حروف: سی میلیارد و صد و یک میلیون و صد و بیست هزار و سیصد و دوازده



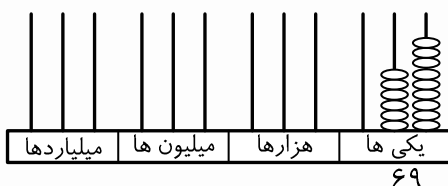
۷. با ۱۲ مهره ی چرتکه، بزرگ ترین عددی را که می توانیم با چرتکه ی زیر بسازیم، بنویسید.



نهصد و سی میلیارد



۸. با ۱۵ مهره ی چرتکه، کوچک ترین عددی را که می توانیم با چرتکه ی زیر بسازیم، بنویسید.



شصت و نه

خواندن و نوشتن اعداد



□ هر رقم را با توجه به مرتبه و سپس طبقه‌ی آن، از چپ به راست، می‌خوانیم.



۹. یک دستگاه کامپیوتری به دلیل نقص فنی اعداد را از راست به چپ می‌خواند. مثلاً ۹۳ را سی و نه می‌خواند. این دستگاه عدد «چهل و هفت میلیارد و شش میلیون و دویست و دو» را چگونه می‌خواند؟



۴۷,۰۰۶,۰۰۰,۲۰۲ → ۲۰,۲۰۰,۰۶۰,۰۷۴

بیست میلیارد و دویست میلیون و شصت هزار و هفتاد و چهار



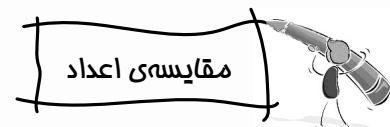
۱۰. طبقه‌ی «میلیارد» عددی، کوچک‌ترین عدد سه رقمی با رقم‌های غیر تکراری است. طبقه‌ی «میلیون» آن صفر است. طبقه‌ی «هزار» آن بزرگ‌ترین عدد سه رقمی با رقم‌های زوج است. و طبقه‌ی «یک» های آن بزرگ‌ترین عدد سه رقمی با رقم‌های غیر تکراری است. این عدد عجیب و غریب! را بخوانید و بنویسید.



(۱۰۲,۰۰۰,۸۸۸,۹۸۷)

صد و دو میلیارد و هشتصد و هشتاد و هشت هزار و نهصد و هشتاد و هفت.

مقایسه‌ی اعداد



□ در مقایسه‌ی اعداد ابتدا تعداد ارقام را بررسی می‌کنیم. در آزمونهای سرعتی با سه رقم، جدا کردن از سمت راست در پیدا کردن گزینه مناسب سرعت بیشتری خواهیم داشت. در صورت مساوی بودن تعداد رقم‌ها، اولین رقم از سمت چپ آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم و مقایسه‌ی رقم‌های بعدی را به همین ترتیب ادامه می‌دهیم.



۱۱. اعداد زیر را از بزرگ به کوچک مرتب کنید.

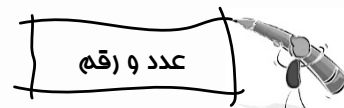
۲۰۰۰۲۰۰۲۰۲ و دو میلیارد و دو هزار و دویست و دو و ۲۰۰۲۰۰۰۲۰۲ و دو میلیون و دو هزار و دویست و دو



۲,۰۰۰,۲۰۰,۲۰۲ و ۲,۰۰۲,۲۰۲ و ۲,۰۰۲,۰۰۰,۲۰۲ و ۲,۰۰۰,۰۰۲,۲۰۲:

$۲,۰۰۲,۰۰۰,۲۰۲ > ۲,۰۰۰,۲۰۰,۲۰۲ > ۲,۰۰۰,۰۰۲,۲۰۲ > ۲,۰۰۲,۲۰۲$

عدد و رقم



□ پیدایش عدد و رقم همچون معجزه کلامی و سخن گفتن بین آدمیان بوده و هست. از نخستین تمدن‌های به‌وجود آمده بر روی زمین نشانه‌های فراوانی از شمارش و استفاده از اعداد حتی به‌صورت تصویری باقی‌مانده است.

رقم: در ریاضی از صفر تا ۹، ده رقم داریم که تمام عددها پس از رقم ۹ از این ارقام تا بی‌نهایت ساخته می‌شوند.



□ در ریاضی، عددها را بصورت مجموعه‌هایی جدا کرده‌اند که می‌توان به برخی از آنها به صورت زیر اشاره کرد:

مجموعه اعداد طبیعی $N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

رقم صفر جزو اعداد طبیعی به شمار نمی‌آید. چون صفر در طبیعت وجود خارجی ندارد. مثلاً صفر خرگوش در حال پرواز کردن است.

هم‌چنین در اعداد طبیعی کسر و اعشار وجود ندارد. نمی‌توان گفت $\frac{2}{3}$ یک گوسفند در حال حرکت است و یا $\frac{2}{5}$ گنجشک در حال پرواز هستند.

اعداد حسابی اعدادی هستند که در محاسبات به کار رفته و از صفر شروع می‌شوند:

یا $W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ مجموعه اعداد حسابی

زیر مجموعه‌هایی مانند اعداد زوج طبیعی و فرد طبیعی نیز به صورت زیر نمایش داده می‌شوند:

مجموعه اعداد زوج طبیعی $E = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$

مجموعه اعداد فرد طبیعی $O = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$

در پایه‌ی ششم با مجموعه اعداد صحیح یا عددهای علامت‌دار آشنا می‌شوید:

مجموعه اعداد صحیح $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots\}$

به یاد داشته باشید که:

رقم «صفر» به تنهایی نه زوج است و نه فرد بلکه «زوج‌ساز» است. چنانچه در یکان عددی با رقم‌های زوج یا فرد قرار گیرد آن عدد را به یک عدد زوج تبدیل می‌کند.

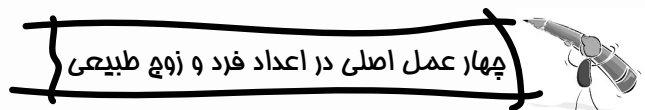
یک عدد زوج $6 + 0 \rightarrow 60$ (یک رقم زوج)

یک عدد زوج $7 + 0 \rightarrow 70$ (یک رقم فرد)

تنها ۵۰۰ سال از استفاده صفر به صورت فعلی در ریاضی می‌گذرد.

نکته:

عددهایی مانند $\frac{2}{6}$ و $\frac{10}{3}$ و ... نه زوج هستند و نه فرد چون اصلاً جزو اعداد طبیعی نیستند.



□ «عددهای زوج طبیعی» با دو برابر کردن عددهای طبیعی به دست می‌آیند.

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$1 \times 2 = 2$ $2 \times 2 = 4$ $3 \times 2 = 6$ $4 \times 2 = 8$

بنابراین: صدمین عدد زوج طبیعی: $100 \times 2 = 200$

چهلمین عدد زوج طبیعی: $40 \times 2 = 80$

□ «عددهای فرد طبیعی» از دو برابر کردن عددهای طبیعی منهای یک به دست می‌آیند:

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$(1 \times 2) - 1$ $(2 \times 2) - 1$ $(3 \times 2) - 1$ $(4 \times 2) - 1$

فصل اول

بنابراین: صدمین عدد فرد طبیعی: $199 = (100 \times 2) - 1$

بیستمین عدد فرد طبیعی: $39 = (20 \times 2) - 1$

□ برای تشخیص زوج یا فرد بودن حاصل در عبارتها می‌توان از مثال‌هایی با اعداد کوچک استفاده کرد و نیازی به حفظ این روابط نیست مانند:

◀ جمع:

$$2 + 4 = 6 \quad \square \text{ زوج} = \text{زوج} + \text{زوج}$$

$$1 + 3 = 4 \quad \square \text{فرد} = \text{فرد} + \text{فرد}$$

$$2 + 3 = 5 \quad \square \text{زوج} = \text{فرد} + \text{فرد}$$

$$5 + 6 = 11 \quad \square \text{فرد} = \text{زوج} + \text{فرد}$$

◀ تفریق:

$$8 - 4 = 4 \quad \square \text{زوج} = \text{زوج} - \text{زوج}$$

$$9 - 7 = 2 \quad \square \text{فرد} = \text{فرد} - \text{فرد}$$

$$6 - 5 = 1 \quad \square \text{زوج} = \text{فرد} - \text{فرد}$$

$$7 - 6 = 1 \quad \square \text{فرد} = \text{زوج} - \text{فرد}$$

◀ ضرب:

$$2 \times 4 = 8 \quad \square \text{زوج} = \text{زوج} \times \text{زوج}$$

$$3 \times 5 = 15 \quad \square \text{فرد} = \text{فرد} \times \text{فرد}$$

$$6 \times 5 = 30 \quad \square \text{زوج} = \text{فرد} \times \text{فرد}$$

در علامت ضرب خاصیت جابجایی تفاوتی در حاصل ایجاد نمی‌کند.

◀ تقسیم:

$$8 \div 4 = 2 \quad \square \text{زوج} = \text{زوج} \div \text{زوج}$$

$$15 \div 5 = 3 \quad \square \text{فرد} = \text{فرد} \div \text{فرد}$$

$$6 \div 3 = 2 \quad \square \text{زوج} = \text{زوج} \div \text{فرد}$$

$$7 \div 2 = 3\frac{1}{2} \quad \square \text{فرد} \div \text{زوج} = \text{عدد غیرطبیعی}$$

$$8 \div 3 = 2\frac{2}{3} \quad \square \text{زوج} \div \text{فرد} = \text{عدد غیرطبیعی}$$

نکته:

هر تعداد عدد زوج را در هم ضرب کنیم حاصل ضرب آن‌ها حتماً و همواره عددی زوج است. مانند:

$$2 \times 2 = 4 \quad \text{دو بار}$$

$$2 \times 2 \times 2 = 8 \quad \text{سه بار}$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16 \quad \text{چهار بار}$$

:

هر تعداد عدد فرد را در هم ضرب کنیم حاصل ضرب آن‌ها حتماً و همواره عددی فرد است. مانند:

$$5 \times 5 = 25 \quad \text{دو بار}$$

$$5 \times 5 \times 5 = 125 \quad \text{سه بار}$$

$$5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625 \quad \text{چهار بار}$$

:

تعداد اعداد



- به الگوی زیر در مجموعه اعداد طبیعی توجه کنید و جای خالی را پر کنید.
- تعداد اعداد یک رقمی ← از ۱ تا ۹ می‌شود: ۹ تا
 - تعداد اعداد دو رقمی ← از ۱۰ تا ۹۹ می‌شود: ۹۰ تا
 - تعداد اعداد سه رقمی ← از ۱۰۰ تا ۹۹۹ می‌شود: ۹۰۰ تا
 - تعداد اعداد چهار رقمی ← از ۱۰۰۰ تا ۹۹۹۹ می‌شود: ۹۰۰۰ تا
- و طبق همین الگو تا آخر این رابطه ادامه دارد.

تعداد یک رقم در یک مجموعه اعداد متوالی



- از عدد ۱ تا ۹۹ از همه‌ی رقم‌ها ۲۰ تا داریم. ولی از رقم «صفر» فقط ۹ تا داریم.
 - از عدد ۱۰۰ تا ۱۹۹ از همه‌ی رقم‌ها ۲۰ تا داریم. ولی از رقم «یک»، ۱۲۰ تا داریم.
 - از عدد ۲۰۰ تا ۲۹۹ از همه‌ی رقم‌ها ۲۰ تا داریم. ولی از رقم «دو»، ۱۲۰ تا داریم.
 - از عدد ۳۰۰ تا ۳۹۹ از همه‌ی رقم‌ها ۲۰ تا داریم. ولی از رقم «سه»، ۱۲۰ تا داریم.
- و طبق همین الگو تا آخر این رابطه ادامه دارد.

مثال ۱۲. اگر اعداد ۱ تا ۴۰۰ را پشت سر هم بنویسیم، رقم «صفر» چند بار به کار رفته‌است؟



تعداد صفرها: $9 + 20 + 20 + 20 + 2 = 71$



حل مسائل با استفاده از چهار عمل اصلی



برای حل بعضی مسئله‌ها لازم است که دسته‌بندی جدیدی داشته باشیم.

مثال ۱۳. حاصل « $1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 47 - 48 + 49 - 50$ » را تعیین کنید.



$$(50-49) + (48-47) + \dots + (4-3) + (2-1) =$$

$$1 + 1 + \dots + 1 + 1 = 25$$

برای حل بعضی مسئله‌ها فقط لازم است دقت داشته باشیم.



مثال ۱۴. سه عدد را به صورت $\begin{array}{|c|} \hline ۱۳ \\ \hline ۱۵ \\ \hline ۱۱ \\ \hline \end{array}$ چیده ایم. اگر هر بار از بزرگ‌ترین عدد ۲ واحد کم کنیم و به دو عدد دیگر یک واحد

اضافه کنیم، بعد از سه بار تکرار این عمل، نتیجه چیست؟

$$\begin{array}{|c|} \hline ۱۳ \\ \hline ۱۵ \\ \hline ۱۱ \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{مرحله اول}} \begin{array}{|c|} \hline ۱۴ \\ \hline ۱۳ \\ \hline ۱۲ \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{مرحله دوم}} \begin{array}{|c|} \hline ۱۲ \\ \hline ۱۴ \\ \hline ۱۳ \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{مرحله سوم}} \begin{array}{|c|} \hline ۱۳ \\ \hline ۱۲ \\ \hline ۱۴ \\ \hline \end{array}$$

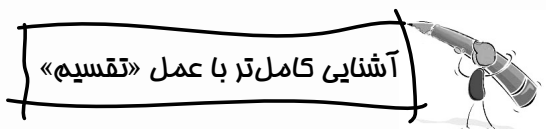


□ در بعضی مسائل باید حاصل ضرب را به طور ذهنی و به صورت تقریبی و تخمینی به دست آوریم.



مثال ۱۵. بهترین تقریب برای ضرب ۹۲۷×۱۲۴ ، کدام است؟

پاسخ : عدد اول را پایین می‌آوریم (یعنی ۱۲۰) و عدد دوم را بالا می‌بریم (یعنی ۹۳۰). پس: ۱۲۰×۹۳۰



مقسوم علیه
مقسوم
خارج قسمت

□ یک تقسیم دارای قسمت‌های مقابل است:

باقی مانده



مثال ۱۶. اگر عددی را بر ۹ تقسیم کرده باشیم، خارج قسمت ۱۵ و باقی مانده ۷ باشد، رقم یکان عدد را تعیین کنید.

$$۱۵ \times ۹ = ۱۳۵ \rightarrow ۱۳۵ + ۷ = ۱۴۲$$



□ دو شرط درستی یک تقسیم عبارتند از:

مقسوم = باقی مانده + (مقسوم علیه \times خارج قسمت)

مقسوم علیه < باقی مانده



مثال ۱۷. عبارت‌های مقابل، درستی یک تقسیم را نشان می‌دهند. مقسوم، مقسوم علیه، خارج قسمت و باقی مانده را تعیین کنید.

$$(۱۰۸ \times ۵) + ۲ = ۵۴۲$$

$$۲ < ۵$$

کنید.

پاسخ : باقی مانده = ۲ و مقسوم علیه = ۵ و خارج قسمت = ۱۰۸ و مقسوم = ۵۴۲



□ باقی مانده‌ی یک تقسیم از صفر شروع می‌شود تا یکی کم‌تر از مقسوم علیه.

مثال ۱۸. یک عدد دلخواه سه رقمی را بر ۱۱ تقسیم می‌کنیم. باقی‌مانده‌ی این تقسیم چه عددی می‌تواند باشد؟



پاسخ : از صفر تا ۱۰



□ اگر مقسوم و مقسوم‌علیه را در یک عدد ضرب (و یا بر یک عدد غیر صفر تقسیم) کنیم، خارج‌قسمت تغییری نمی‌کند ولی باقی‌مانده در همان عدد ضرب (و یا بر همان عدد تقسیم) می‌شود. اگر باور نمی‌کنی یک مثال عددی بزن!!!



مثال ۱۹. اگر در یک تقسیم، مقسوم و مقسوم‌علیه را در عدد ۷ ضرب کنیم، خارج‌قسمت و باقی‌مانده می‌شود. جاهای خالی را با عبارات‌های مناسب پر کنید.

پاسخ : تغییری نمی‌کند. - هفت برابر



اولویت در انجام چهار عمل اصلی

□ توجه داشته باشید که در محاسبات خودتان، ابتدا ضرب و تقسیم و سپس جمع و تفریق انجام دهید.



مثال ۲۰. حاصل عبارت $۵ - ۳ \div ۳ + ۶ \times ۷$ را تعیین کنید.



: مرحله اول:

: مرحله دوم:

: مرحله سوم:

$$۷ \times ۶ = ۴۲$$

$$۳ \div ۳ = ۱$$

$$۴۲ + ۱ - ۵ = ۳۸$$

□ اگر در یک عبارت پرانتز نیز وجود داشت، ابتدا حاصل پرانتز را به دست آورید.



مثال ۲۱. حاصل $۲ \div ۶ - (۲ + ۳) \times ۵$ را تعیین کنید.



: مرحله اول:

: مرحله دوم:

: مرحله سوم:

: مرحله چهارم:

$$۳ + ۲ = ۵$$

$$۵ \times ۵ = ۲۵$$

$$۶ \div ۲ = ۳$$

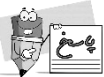
$$۲۵ - ۳ = ۲۲$$

ایستادن در صف

□ اگر شخصی از ابتدای صف نفر □ ام و از انتهای صف نفر ○ ام باشد، آن صف $۱ - \square + \circ$ نفره است.

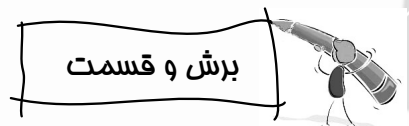


۲۲. حامد در صف کلاسشان از جلو، نفر هفدهم و از عقب صف، نفر یازدهم بود. اگر در همان موقع دو نفر به طرف آبخوری بروند، صف چند نفره می‌شود؟



$$: 27 = 17 + 11 - 1$$

$$27 - 2 = 25$$



□ به جدول خوب توجه کنید و یک نتیجه‌گیری کلی در کنار آن بنویسید.

تعداد قسمت‌ها	تعداد برش
۲	یک برش
۳	دو برش
۴	سه برش
۵	چهار برش
⋮	⋮

- نتیجه‌گیری کلی:

تعداد قسمت‌ها همیشه یکی بیش‌تر از تعداد برش‌ها است.



□ اگر مجموع چند عدد صحیح متوالی را داشته باشیم و بخواهیم عدد وسطی را پیدا کنیم، مجموع آن‌ها را بر تعدادشان تقسیم می‌کنیم.

□ اگر تعداد اعداد زوج باشد، آن را وسط نوشته و اعداد این‌توری و اون‌توری!! را می‌نویسیم.



۲۳. مجموع ۷ عدد صحیح متوالی ۱۴۰ شده است. آن اعداد را تعیین کنید.



$$17 \text{ و } 18 \text{ و } 19 \text{ و } \boxed{20} \text{ و } 21 \text{ و } 22 \text{ و } 23 \rightarrow \text{عدد وسطی} \quad 140 \div 7 = 20 \text{ عدد وسطی}$$



۲۴. مجموع ۵ عدد صحیح زوج متوالی ۱۵۰ است. عدد بزرگ‌تر کدام است؟



$$26 \text{ و } 28 \text{ و } \boxed{30} \text{ و } 32 \text{ و } 34 \rightarrow \text{عدد وسطی} \quad 150 \div 5 = 30 \text{ عدد وسطی}$$

$\begin{matrix} \leftarrow -2 & \leftarrow -2 & \rightarrow +2 & \rightarrow +2 \end{matrix}$



□ اگر مجموع و اختلاف (تفاضل) دو عدد را داشته باشیم، برای پیدا کردن آن‌ها به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \text{عدد بزرگ‌تر} &= (\text{مجموع} + \text{اختلاف}) \div 2 \\ \text{عدد کوچک‌تر} &= (\text{مجموع} - \text{اختلاف}) \div 2 \end{aligned}$$

مثال ۲۵. مجموع پول رضا و برادرش ۱۹۰ هزار تومان است. رضا ۲۰ هزار تومان از برادرش کم تر دارد. پول رضا چه قدر است؟



$$۱۹۰ - ۲۰ = ۱۷۰ \quad \text{هزار تومان}$$

$$۱۷۰ \div ۲ = ۸۵ \quad \text{هزار تومان} \quad \text{پول رضا:}$$

انتقال و افتلاف



اگر دو مقدار مساوی داشته باشیم، از یکی از آن‌ها مقدار را کم کرده و به دیگری همان مقدار را اضافه کنیم، اختلاف ۲ برابر خواهد شد.

مثال ۲۶. علی و رضا هر کدام ۲۵ هزار تومان پول داشتند، علی ۸ هزار تومان از پولش را به رضا داد. اختلاف پول آنها چقدر است؟



$$۲ \times ۸۰۰۰ = ۱۶۰۰۰ \quad \text{تومان}$$

یک مجهولی



مجهول به معنی «ناشناخته» و «ناپیدا» است که در ریاضی با حروف «X, Y, Z» مشخص می‌شوند. در سؤال‌هایی که یک مجهول دارند باید به روش «دنده عقب» عمل کرد!!! یعنی از انتها به ابتدا، تمامی خواسته‌های مسئله را برعکس اجرا کرد. اگر گفته جمع، منها کرد. اگر گفته ضرب، تقسیم کرد و ...

مثال ۲۷. اگر از سه برابر عددی ۱۱ واحد کم کنیم، عدد حاصل ۳۴ می‌شود. آن عدد را پیدا کنید.



$$۳۴ + ۱۱ = ۴۵$$

$$۴۵ \div ۳ = ۱۵ \quad \text{عدد مورد نظر}$$

تعیین تعداد عددهای صمیع در یک دنباله منظم



در یک دنباله منظم عددی که فاصله‌ی هر عدد از عدد بعدی و قبلی خود فقط یکی است، برای پیدا کردن تعداد عدد در این دنباله می‌توان از رابطه‌ی زیر استفاده کرد.

$$۱ + (\text{عدد اولی} - \text{عدد آفری}) = \text{تعداد اعداد}$$

شاید برای دانش‌آموزان این پرسش پیش بیاید که چرا به علاوه یک می‌کنیم.

با انگشتان دست خود امتحان کنید از عدد ۲ تا ۸ چند عدد داریم؟ حتماً پاسخ دادید ۷ عدد. در حالی که اکثر دانش‌آموزان عدد ۲ را از ۸ کم کرده و پاسخ می‌دهند ۶ عدد.



۲۸. از عدد ۳۷ تا عدد ۱۱۳۷ چند عدد صحیح (عددی که کسری و یا اعشاری نباشد) داریم؟



$$(1137 - 37) + 1 = 1101$$

□ اگر تعداد اعداد، «بین» دو عدد اولی و آخری مورد نظر باشد از رابطه‌ی زیر، استفاده می‌کنیم.

$$1 - (\text{عدد اولی} - \text{عدد آخری}) = \text{تعداد اعداد}$$

دوباره امتحان کنید بین عدد ۲ تا ۸ چند عدد داریم؟ یعنی نه عدد ۲ را می‌خواهیم و نه عدد ۸ را. $2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8$
عدد ۵



۲۹. بین اعداد ۳۷ تا ۱۱۳۷ چند عدد صحیح داریم؟



$$(1137 - 37) - 1 = 1099$$

□ رابطه‌ی «از» که در بالا گفته شده فقط برای بدست آوردن تعداد اعداد دنباله‌ی منظمی است که فاصله‌ی یکی یکی دارند. در دنباله‌هایی که این فاصله بیش از یک عدد است این رابطه کاربردی ندارد.

مانند: از عدد ۱ تا ۱۰ چند عدد زوج داریم؟

تعداد اعداد زوج بین ۱ تا ۱۰، ۵ عدد است. اما اگر از رابطه گفته شده استفاده کنید به پاسخ نادرستی می‌رسید. بنابراین باید از یک رابطه‌ی کامل‌تر برای هر دنباله‌ی منظمی با هر فاصله‌ی عددی به‌صورت زیر استفاده کنید:

$$1 + \frac{\text{عدد اول} - \text{عدد آخر}}{\text{فاصله اعداد}} = \text{تعداد اعداد دنباله‌ی منظم}$$

به این رابطه برای یادآوری ساده‌تر فرمول «آچار فرانسه» می‌گوییم. چون به راحتی تعداد عددهای هر دنباله را محاسبه می‌کند.



۳۰. تعداد عددهای هر دنباله را بدست آورید:

الف) ۱, ۳, ۵, ۷, ..., ۹۷, ۹۹

$$\frac{99 - 1}{2} + 1 = 49 + 1 = 50$$

ب) ۲, ۴, ۶, ۸, ..., ۹۸, ۱۰۰

$$\frac{100 - 2}{2} + 1 = 49 + 1 = 50$$

پ) ۵, ۱۰, ۱۵, ..., ۱۰۵, ۱۱۰

$$\frac{110 - 5}{5} + 1 = 21 + 1 = 22$$

ت) ۱۰, ۱۶, ۲۲, ..., ۱۱۸, ۱۲۴

$$\frac{124 - 10}{6} + 1 = 19 + 1 = 20$$

پس فرمول «آچار فرانسه» تعداد هر دنباله‌ی منظمی را با هر فاصله‌ای که ما ارائه می‌کند.

مجموع اعداد صحیح متوالی در یک دنباله منظم



□ اکنون که در بدست آوردن تعداد اعداد یک دنباله منظم مهارت پیدا کردید، می‌توانیم در خصوص جمع اعداد دنباله‌ها رابطه‌ی زیر را مطرح کنیم.



۳۱. جمع اعداد متوالی ۱ تا ۱۰:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 7 + 8 + 9 + 10$$

برای سرعت و راحتی می‌توانیم عدد اول و آخر این مجموعه را با هم جمع کنیم که همواره به یک عدد ثابت می‌رسیم. پس عدد اول + عدد آخر

$$\left. \begin{array}{l} 1 + 10 = 11 \\ 2 + 9 = 11 \\ 3 + 8 = 11 \\ 4 + 7 = 11 \\ 5 + 6 = 11 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{یعنی:} \\ \text{اولی و آخری} \\ \uparrow \\ 11 \times 5 = 55 \\ \downarrow \\ \text{تعداد} \end{array}$$

البته از نوشتن ادامه این رابطه یعنی $6 + 5 = 11$ و $7 + 4 = 11$ و ... صرف‌نظر کردیم اما در رابطه‌ی اصلی باید پس از بدست آوردن حاصل جمع عدد اول و آخر و ضرب کردن در تعداد اعداد دنباله، نتیجه را بر عدد ۲ تقسیم کنیم.

به این روش، روش «گائوس» که برگرفته از نام ریاضی‌دان بزرگ «کارل فردریش گائوس» (قرن ۱۸-۱۷ میلادی) است گفته می‌شود.

در مبحث الگوهای عددی، الگوی «اعداد مثلثی» همین رابطه است. پس این رابطه را به یاد داشته باشید چون کاربرد زیادی در سوالها و آزمون‌ها دارد.

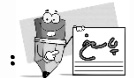
$$\text{مجموع اعداد دنباله‌ی منظم} = \frac{(\text{عدد آخر} + \text{عدد اول}) \times \text{تعداد}}{2}$$



۳۲. مجموع اعداد صحیح را در دنباله‌ی زیر به دست آورید.

الف) $1 + 2 + 3 + \dots + 9 + 10 =$

$$\frac{10 \times (10 + 1)}{2} = 55$$



ب) $1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 =$

$$\frac{100 \times (100 + 1)}{2} = 5050$$



پ) $1 + 2 + 3 + \dots + 998 + 999 + 1000 =$

$$\frac{1000 \times (1000 + 1)}{2} = 500500$$



فصل اول

نکته: با دقت در حاصل جمع این دنباله‌ها به نظم زیبایی می‌رسیم:

$$\text{مجموع اعداد: } ۱ \text{ تا } ۱۰ = ۵۵$$

$$۱ \text{ تا } ۱۰۰ = ۵۰۵۰$$

$$۱ \text{ تا } ۱۰۰۰ = ۵۰۰۵۰۰$$

$$۱ \text{ تا } ۱۰۰۰۰ = ۵۰۰۰۵۰۰۰$$

تعداد کل رقم‌های به کار رفته در یک مجموعه اعداد متوالی



تعداد رقم‌های به کار رفته از یک تا یک عدد دو رقمی :

تعداد رقم‌های به کار رفته از یک تا یک عدد سه رقمی :

تعداد رقم‌های به کار رفته از یک تا یک عدد چهار رقمی :

$$= ۹ - (۲ \times \text{عدد دو رقمی})$$

۳۳. اگر اعداد ۱ تا ۸۷ را پشت سر هم بنویسیم، یک عدد چند رقمی نوشته‌ایم؟



$$۸۷ \times ۲ = ۱۷۴$$



$$۱۷۴ - ۹ = ۱۶۵$$



۳۴. برای شماره‌گذاری صفحات کتاب درسی ریاضی پنجم ابتدایی، ۳۶۹ رقم به کار رفته است. این کتاب چند صفحه

دارد؟

$$۳۶۹ + ۱۰۸ = ۴۷۷$$

$$= ۱۰۸ - (۳ \times \text{عدد سه رقمی})$$

از روش معکوس عمل می‌کنیم یعنی:



$$۴۷۷ \div ۳ = ۱۵۹ \quad \text{تعداد صفحات کتاب}$$

چرا در این رابطه‌ها پس از ضرب در ۲ و یا ۳ منهای ۹ و یا ۱۰۸ و ... می‌کنیم؟

چون در رابطه‌ی اول عدد دو رقمی در ۲ ضرب شده که در این عدد اعداد یک رقمی نیز دوبار ضرب شده‌اند. پس باید برای اصلاح حاصل آن را منهای ۹ کنیم. اعداد یک رقمی ۹ تا هستند.

چرا حاصل ضرب در ۳ را منهای ۱۰۸ می‌کنیم؟

چون عدد یک رقمی را ۳ بار محاسبه کردیم پس $۹ + ۹ = ۱۸$ باید کم شود. هم‌چنین اعداد دو رقمی را ۳ بار محاسبه کردیم که یک بار آن یعنی ۹۰ را کم می‌کنیم پس با کم کردن $۹۰ + ۹ + ۹ = ۱۰۸$ اشتباه محاسباتی خود را برطرف کرده‌ایم.

اصل ضرب



بعضی کارها در چند مرحله انجام می‌شوند. مرحله‌ی اول به طریق، مرحله‌ی دوم به طریق، مرحله سوم ... در این صورت کل کار به $(\square \times \square \times \dots)$ طریق انجام می‌شود.



۳۵. می‌خواهیم از تهران به قزوین سفر کنیم، از تهران تا کرج ۳ راه، و از کرج تا قزوین ۲ راه وجود دارد. به نظر شما به چند طریق می‌توانیم مسیر مسافر تمان را انتخاب کنیم؟



: تعداد مسیرهای انتخابی:

$$3 \times 2 = 6$$



۳۶. چگونه می‌توانید از بین ۵ نوع پیراهن، ۴ نوع شلوار و ۳ نوع کلاه، برای خودتان یک دست لباس (شامل یک پیراهن یک شلوار و یک کلاه)، انتخاب کنید.



: تعداد حالت‌های پوشیدن لباس:

$$5 \times 4 \times 3 = 60$$



۳۷. با سه رقم { ۱, ۷, ۶ } ، حداکثر چند عدد می‌توانیم بنویسیم؟



: چون تعداد رقم‌های عدد مورد نظر و همچنین تکراری بودن یا نبودن رقم‌ها در سؤال مشخص نشده‌است، پس بی‌شمار عدد با این سه رقم می‌توانیم بنویسیم.



۳۸. با سه رقم { ۱, ۷, ۶ } ، حداکثر چند عدد سه رقمی می‌توانیم بنویسیم؟



: ۲۷ تا. مثل ۱۱۱، ۶۶۶، ۷۷۷، ۱۷۶، ۱۶۷، ۶۷۱، ۶۱۷، ۷۱۶، ۷۶۱ و ...



۳۹. با سه رقم { ۱, ۷, ۶ } ، حداکثر چند عدد سه رقمی بدون تکرار رقم‌ها می‌توانیم بنویسیم؟



: فقط ۶ تا.

۱۷۶، ۱۶۷، ۷۱۶، ۷۶۱، ۶۱۷، ۶۷۱

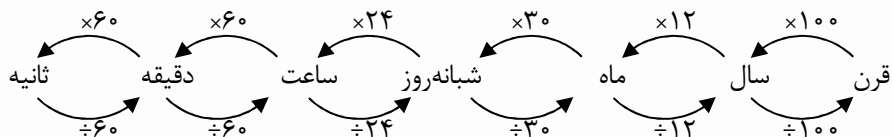
آشنایی با اعداد مرکب

- اعداد مرکب به اعدادی گفته می‌شوند که دارای چند قسمت هستند. مثلاً در جرم واحدهای تن، کیلوگرم، گرم، در طول کیلومتر، متر، سانتی‌متر، میلی‌متر و ... داریم. که در فصل‌های مربوطه به طور کامل درباره‌ی هر کدام مطلب ارائه می‌شود. و اما اعداد مرکب، ...
- با اعداد مرکب، زمان را می‌سنجیم و آن را بیان می‌کنیم. این اعداد شامل «ساعت»، «دقیقه» و «ثانیه» می‌باشند. مثلاً یک دوندۀ مسیر مسابقه را در یک ساعت و ۵ دقیقه و ۴۸ ثانیه طی کرده و مقام اول را کسب کرده‌است.
- برای راحتی کار در نوشتن اعداد مرکب، به جای کلمه‌ی «دقیقه»، از علامتِ «'» ، و به جای کلمه‌ی «ثانیه»، از علامتِ «''» ، بالا و سمت راست عدد، استفاده می‌کنیم.
مثلاً: دوندۀ فوق، مسیر مسابقه را در ۴۸' ، ۵' ، ۱ طی کرده و مقام اول را کسب کرده‌است.
- در نشان دادن زمان با عدد مرکب توجه داشته باشید که، اعداد مربوط به دقیقه و ثانیه نباید ۶۰ و یا بیش‌تر از ۶۰ باشند. اگر چنین بود، ۶۰ واحد از آن کم کرده و یک واحد به عدد چپی اضافه کنید. برای عدد مربوط به ساعت محدودیتی وجود ندارد.

واحد‌های زمان و ارتباط بین آن‌ها



□ به بعضی از واحدهای زمان و رابطه‌ی بین آن‌ها توجه کنید:



* توجه داشته باشید که یک ماه را ۳۰ روزه فرض کرده‌ایم.

□ هر سال تقریباً ۳۶۵ روز است.

□ هر سال تقریباً ۵۲ هفته است.

تصویر ساعت در مقابل آینه‌ی تفت



□ وقتی در حال دیدن ساعت در آینه هستیم، برای دانستن زمان واقعی، کافی است مقدار عددی آن را از عدد ۱۲ کم کنیم. مثلاً ساعت

$$\begin{array}{r} 12 \ 00' \\ - 8 \ 30' \\ \hline 3 \ 30' \end{array}$$

۸, ۳۰' در آینه ۳, ۳۰' دیده می‌شود.

□ اگر زمان واقعی، ۱۲ یا بیش از ۱۲ باشد، برای یافتن زمان تصویر آن در آینه، آن را از عدد ۲۴ کم می‌کنیم. مثلاً ساعت ۱۴, ۲۵' را در

$$\begin{array}{r} 24 \ 00' \\ - 14 \ 25' \\ \hline 9 \ 35' \end{array}$$

آینه ۹, ۳۵' می‌بینیم.

چند نکته در مورد حل مسائل عدد مرکب



□ ساعت رسمی کشور ۲۴ ساعتی است، نه ۱۲ ساعتی

□ برای تبدیل ساعت غیررسمی بعدازظهرها به ساعت رسمی، کافی است آن را با عدد ۱۲ جمع کنید. مثلاً ساعت ۵ بعدازظهر، همان ساعت

۱۷ رسمی کشور است.

□ اگر در مسئله‌ای از کلمات عصر، غروب، شب، بعدازظهر، استفاده شود، شما باید آن را به ساعت رسمی کشور تبدیل کنید و بعد مسئله را

حل کنید.

□ اگر مدت زمان خواب شبانه‌ی شخصی را بخواهید، کافی است ساعت خواب را از ۱۲ کم کرده و با ساعت بیداری او جمع کنید.

مثال ۴۰. محمد ساعت ۹, ۳۰' شب خوابید و ۶, ۳۰' صبح بیدار شد. او چه مدت خواب بوده است؟

$$\begin{array}{r} 12 \ 00' \\ - 9 \ 30' \\ \hline 2 \ 30' \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 2 \ 30' \\ + 6 \ 30' \\ \hline 9 \ 00' \end{array}$$

: او ۹ ساعت خوابیده است.

